Lycée Pilote Bourguiba de Tunis	Mathématique	Lundi : 5 / 11 / 2012-10-17
M^{me} MILI Fatima	Devoir de contrôle n° 1	4 SC : 3 Durée :2H

Exercice n° : 1(5,5 points)

On donne dans l'annexe ci-jointe $\mathcal{C}$ la représentation graphique d'une fonction f(figure 1).

Les droites Δ_1, Δ_2 et Δ_3 sont les asymptotes à la courbe $\mathcal{C}$.

1)Déterminer l'ensemble de définition de f

2)Déterminer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{f(x)}{x}\right) \text{ , } \lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-x-4\right) \text{ , } \lim_{x\to0} f\left(\frac{\sin(3x)}{x}\right) \text{ et } \lim_{x\to+\infty} f(x)\left(\frac{2x^2+\cos x}{x^3}\right)$$

3)Soit g une fonction définie et continue sur] 0 , + ∞ [de tableau de variation ci-dessous :

x	0	2	+∞
g(x)	‖ 1	-1	$-\infty$

a)Déterminer l'ensemble de définition de la fonction fo g

b)Montrer que la fonction f o g est strictement décroissante sur] 2 , + ∞ [

c)En déduire (f o g)(] 2 , + ∞ [ ) puis le nombre de solutions dans] 2, +∞[de l'équation (f og)(x) = 0

Exercice n° : 2 (5,5 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O , $\vec{u}$,$\vec{v}$)

Soit l'application f : $\mathbb{C} - \{-i\} \longrightarrow \mathbb{C} - \{i\}$

$$z \longmapsto z' = \frac{iz-2}{z+i}$$

1)Calculer f (i) , f (1 - i). Donner l'écriture exponentielle de chacun des résultats obtenus

2)Montrer que si z est différent de (-i) et imaginaire pur alors z' est imaginaire

3)On désigne par A et B les points d'affixes respectives (- i) et (- 2 i)

Déterminer l'ensemble E des pointe M (z) tels que z' soit réel

4)a)Montrer que |z' - i| |z + i| = 1

b)En déduire l'ensemble F des points M' (z') lorsque M (z) décrit le cercle de centre A et de rayon (½)

Lycée Pilote Bourguiba de Tunis	***Mathématique***	***Lundi : 5 / 11 / 2012-10-17***
M^{me} MILI Fatima	***Devoir de contrôle n° 1***	***4 SC : 3 Durée :2H***

Exercice n° : 3 (5 points)

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n - 2 + \frac{4}{u_n - 1} \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1)a)Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $u_n > 3$

b)Montrer que la suite (u_n) est décroissante dès que : $n \geq 1$

c)En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite

2)On pose $S_n = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{u_i - 1}$, $n \in \mathbb{N}^*$

a)Vérifier que : $\frac{4}{u_i - 1} = u_{i+1} - u_i + 2$

b)Montrer alors que : $S_n = \frac{1}{4}(2n + u_n - 2)$

c)En déduire $\lim_{+\infty} S_n$ et $\lim_{n \to +\infty} \left(\frac{S_n}{n}\right)$

Exercice n° : 4 (4 points)

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ de courbe représentative $\mathbf{C_h}$ et d'asymptotes : y = 1 et y= 2

(dans l'annexe ci-jointe figure 2). **En utilisant le graphique :**

1)Montrer que pour tout , $n \in \mathbb{N}$ et $n \geq 2$ l'équation $h(x) = \frac{1}{n}$ admet deux solutions u_n et v_n tels que

$u_n \leq 0 \leq v_n$

2)a)Construire sur l'axe des abscisses les réels u_n et v_n avec $n \in \{ 2 , 3 , 4 \}$

b)Déduire la monotonie de chacune des suites (u_n) et (v_n)

3)a)Montrer que (u_n) est convergente et déterminer sa limite

b)En déduire que (u_n) et (v_n) sont adjacentes .

DEVOIR DE CONTROLE N°1

FEUILLE A REMETTRE

Nom : ....

Prénom : ....

N° : ....

Classe : ....

Figure 1 :

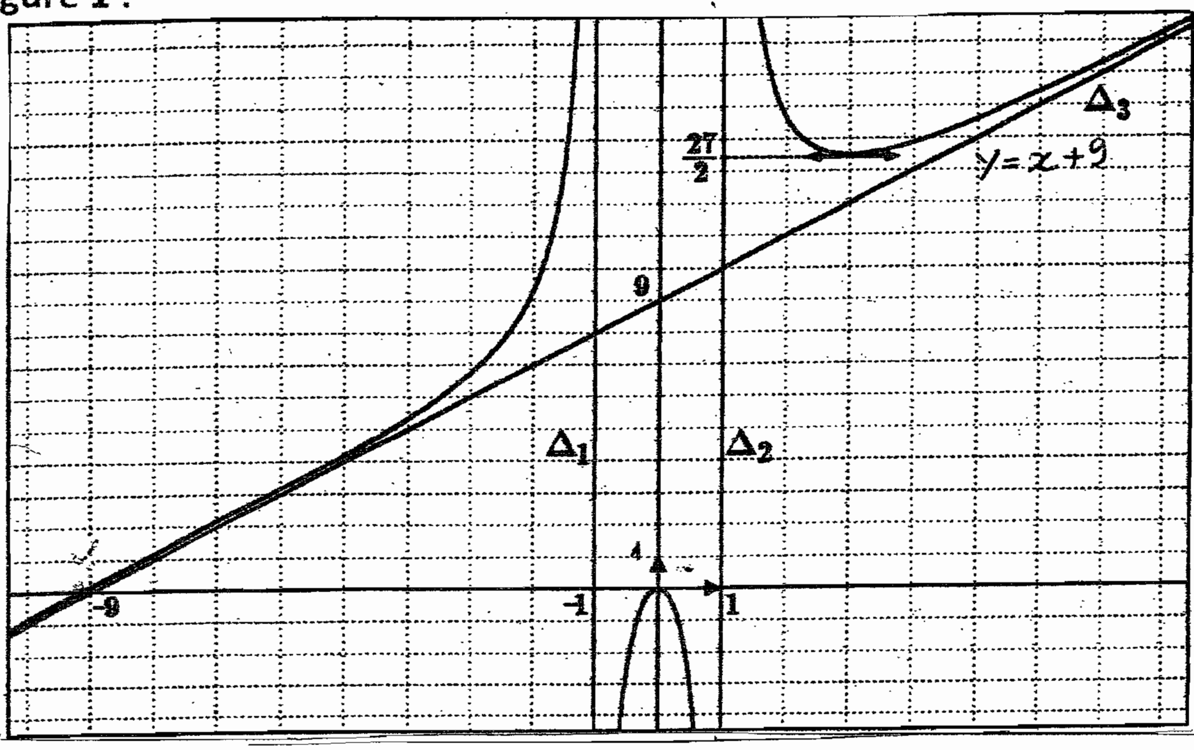

Figure 2 :